
LIVE DE REVISÃO
CÁLCULO I
COM O PROFESSOR
DOUGLAS MAIOLI
• SEXTA-FEIRA
• 25/09/2020
• 20H00
NO CANAL DO PROFESSOR
DOUGLAS MAIOLI
You
Tube
@professordouglasmaioli

Revisão de Cálculo I

Lista de Exercícios da Aula de Revisão na Descrição do Vídeo

- Limites
- Derivadas
- Integrais

@professordouglasmaioli

PARTE 1:

LIMITES

@professordouglasmaioli

Limite

Limite no infinito

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x)$

$f(x)$ é constante

$\lim_{x\to\pm\infty} b = b$

Ex.: $\lim_{x\to\pm\infty} e^2 = e^2$

$f(x)$ é uma função polinomial?

S: Considere apenas o termo de maior grau de $f(x)$

$n > 0$

$\lim_{x\to\pm\infty} x^n = \pm\infty$

$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

$\lim_{x\to+\infty} b = b$

N: **$f(x)$ é uma função exponencial?**

S:

$b > 1$

$\lim_{x\to+\infty} b^x = +\infty$

$\lim_{x\to-\infty} b^x = 0$

$0 < b < 1$

$\lim_{x\to+\infty} b^x = 0$

$\lim_{x\to-\infty} b^x = +\infty$

Limite em um ponto

$a, b \in \mathbb{R}$

$\lim_{x\to a} f(x)$

$f(x)$ é constante

$\lim_{x\to a} b = b$

Ex.: $\lim_{x\to -3} 5 = 5$

Calcule $f(a)$

$f(a) = \frac{0}{0}$

LIMITE INDETERMINADO

Fatoração

Ex.: $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-2x} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)} = \lim_{x\to 2} \frac{x+2}{x}$ e $\lim_{x\to 2} \frac{x+2}{x} = \frac{2+2}{2} = 2$

Conjugado (Racionalização)

Ex.: $\lim_{x\to 9} \frac{\sqrt{x}-3}{x-9} = \lim_{x\to 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3}$ e $\lim_{x\to 9} \frac{1}{\sqrt{x}+3} = \frac{1}{\sqrt{9}+3} = \frac{1}{6}$

Limite Fundamental

$\lim_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$

$f(a) = \frac{b}{0}, b \neq 0$

Calcule os limites laterais

Se $f(a) = b \neq 0$ e $g(a) = 0$, então $\lim_{x\to a^\pm} \frac{f(x)}{g(x)} = \pm\infty$

Ex.: $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ e $\lim_{x\to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

$f(a) = b$

Provavelmente **Substituição Direta** (cuidado com funções com mais de uma sentença)[1]

Se $f(x)$ é contínua em a, então $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

Ex.: $\lim_{x\to 5} 2x - 1 = 2.5 - 1 = 9$

OBSERVAÇÕES:

1) Em limites de funções definidas por mais de uma sentença, existem casos que teremos que calcular os limites laterais nos pontos extremos em que há mudança na sentença, por exemplo,

Se $h(x) = \begin{cases} f(x), se\ x < a \\ g(x), se\ x \geq a \end{cases}$, então se queremos calcular $\lim_{x \to a} h(x)$, devemos calcular os limites laterais

$$\lim_{x \to a^-} h(x) = \lim_{x \to a^-} f(x) \text{ e } \lim_{x \to a^+} h(x) = \lim_{x \to a^+} g(x)$$

2) Lembrando que em Limites Indeterminados fracionários podemos utilizar o Teorema de L'hospital;

3) Como funções modulares em geral são definidas por mais de uma sentença, então, em geral, precisamos calcular os limites laterais de funções modulares;

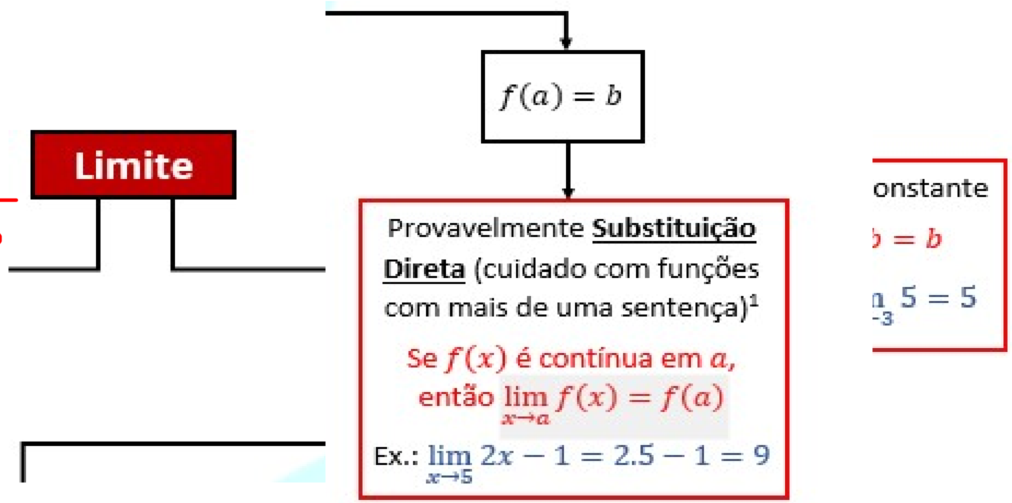
4) Os gráficos ajudam muito a visualizar e entender o limite;

5) Se temos um limite da forma $\lim_{x \to a} f(x).g(x)$, em que $f(a) = 0$ e $g(x)$ é limitada, então pelo Teorema do Confronto, temos que $\lim_{x \to a} f(x).g(x) = 0$;

6) Existem limites indeterminados que é possível resolver utilizando identidades trigonométricas;

1) Resolva os seguintes limites:

$\cancel{7}$ $\frac{6}{0}$



a) $\lim\limits_{x\to 2} 3 = 3$

b) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{5x-3}{x+1} = \dfrac{5.3-3}{3+1} = \dfrac{12}{4} = 3$

c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2+x-2}{2x+4} = \dfrac{1^2+1-2}{2.1+4} = \dfrac{2-2}{2+4} = \dfrac{0}{6} = 0$

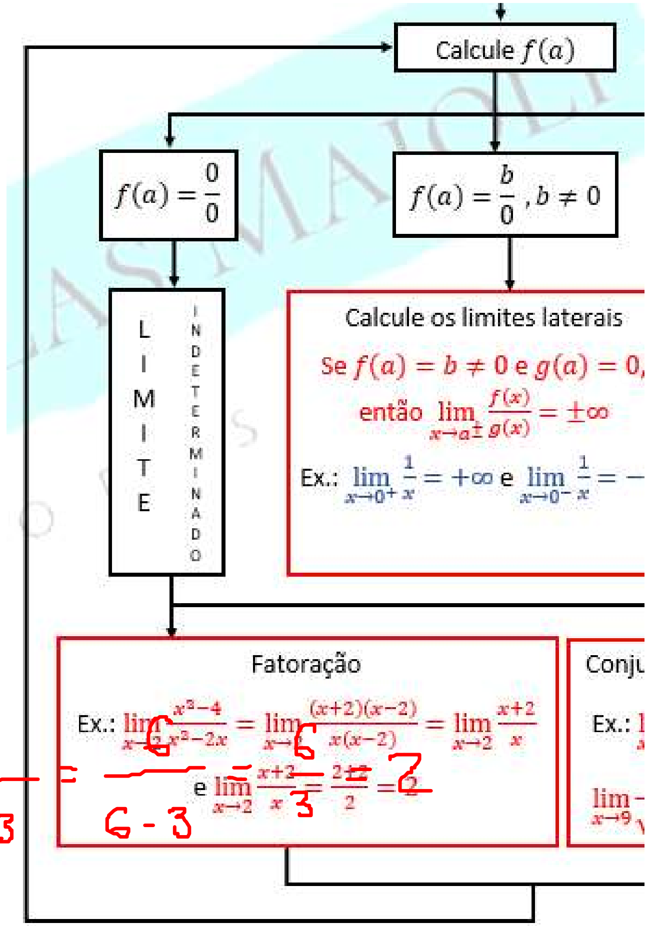
$$a^2 - b^2 = (a+b).(a-b)$$

1) Resolva os seguintes limites:

$x^2 - 3^2$

$$d)\ \lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-3x} = \lim_{x\to 3}\frac{(x+3)\cancel{(x-3)}}{x\cancel{(x-3)}} = \lim_{x\to 3}\frac{x+3}{x} = \frac{3+3}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\frac{0}{0} \qquad \frac{\infty}{\infty} \qquad \frac{0}{0}$$



$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-3x} = \lim_{x\to 3}\frac{2x}{2x-3} = \frac{2.3}{2.3-3} = \frac{6}{6-3} = \frac{6}{3} = 2$$

Regra de L´hospital

Temos que se $f(a) = 0$ e $g(a) = 0$ (ou $f(a) \to \pm\infty$ e $g(a) \to \pm\infty$), então temos que

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$\frac{0}{0}$ $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$

1) Resolva os seguintes limites:

$$e)\ \lim_{x\to1}\frac{x^3+x^2-2x}{x-1} = \lim_{x\to1}\frac{\cancel{(x-1)}(x^2+2x)}{\cancel{x-1}} = \lim_{x\to1} x^2+2x = 1^2+2.1 = 3$$

$$\begin{array}{l|l} \cancel{x^3}+x^2-2x & x-1 \\ \hline -\cancel{x^3}+x^2 & x^2+2x \\ \cancel{2x^2}-\cancel{2x} & \\ -\cancel{2x^2}+\cancel{2x} & \\ 0 & \end{array}$$

$$x^3+x^2-2x = (x-1).(x^2+2x)$$

$$\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to1}\frac{x^3+x^2-2x}{1\ x-1} = \lim_{x\to1}\frac{3x^2+2x-2}{1} = \frac{3.1^2+2\ 1-2}{1} = 3$$

@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

$$\lim_{x\to 0}\frac{sen(x)}{x} = 1$$

f) $\lim_{x\to 0}\frac{sen(5x)}{x}\cdot\frac{5}{5} = \lim_{x\to 0}\frac{sen(5x)}{5x}\cdot 5 = 1 \cdot 5 = 5$

$$\lim_{x\to 0}\frac{sen(5x)}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{\cos(5x)\cdot 5}{1} = \frac{\cos(5\cdot 0)\cdot 5}{1} = 5$$

@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

$\frac{0}{0}$

g) $\lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)-1}{x.\cos(x)} = \lim_{x\to 0} \frac{-sen(x)}{1\ \cos(x) + x(-sen(x))} = \lim_{x\to 0} \frac{-sen(x)}{\cos(x) - x\,sen(x)} =$

$= \frac{-sen(0)}{\cos(0) - 0.sen(0)} = \frac{-0}{1 - 0.0} = \frac{-0}{1} = 0$

1) Resolva os seguintes limites:

limitada

h) $\lim\limits_{x\to 0} x^2 . \cos\left(\frac{\pi}{x}\right) = 0$

$0^2 = 0$

sen, cos

5) Se temos um limite da forma $\lim\limits_{x\to a} f(x).g(x)$, em que $f(a) = 0$ e $g(x)$ é limitada, então pelo Teorema do Confronto, temos que $\lim\limits_{x\to a} f(x).g(x) = 0$;

@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

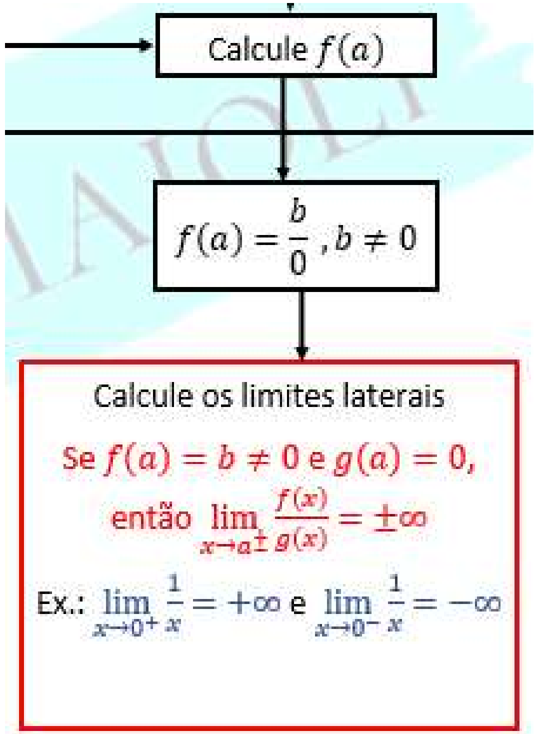
i) $\lim_{x \to 0} \frac{1}{x}$ $\nexists$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$ $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

j) $\lim_{x \to 0} \frac{-3}{x^2} = -\infty$

$\lim_{x \to 0^-} \frac{-3}{x^2} = -\infty$ $\lim_{x \to 0^+} \frac{-3}{x^2} = -\infty$

$+$ $+$



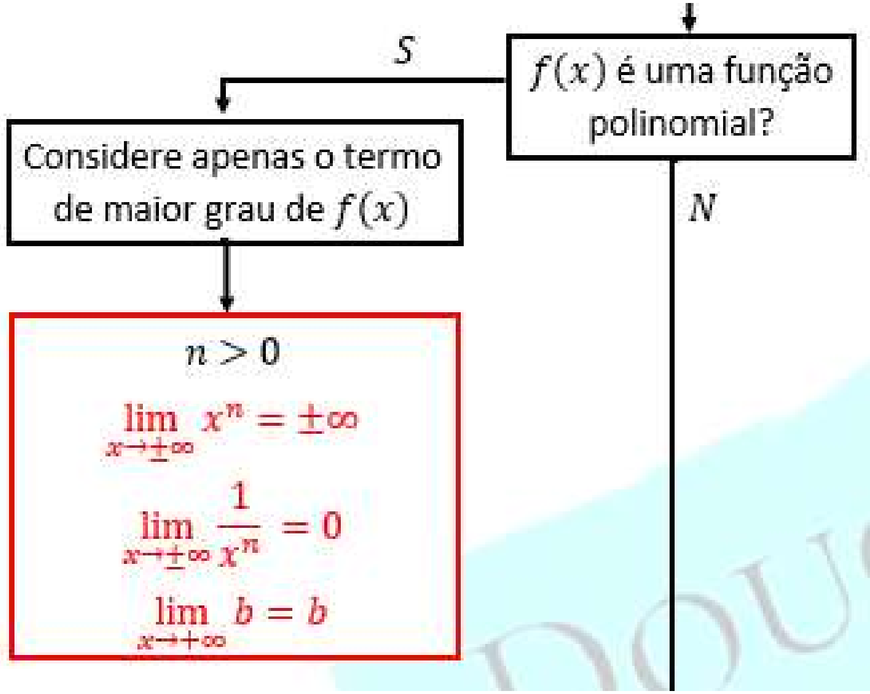
@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

k) $\lim\limits_{x \to +\infty} -7 = -7$

l) $\lim\limits_{x \to -\infty} -2x^3 = +\infty$

m) $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{-3}{x^4} = 0$



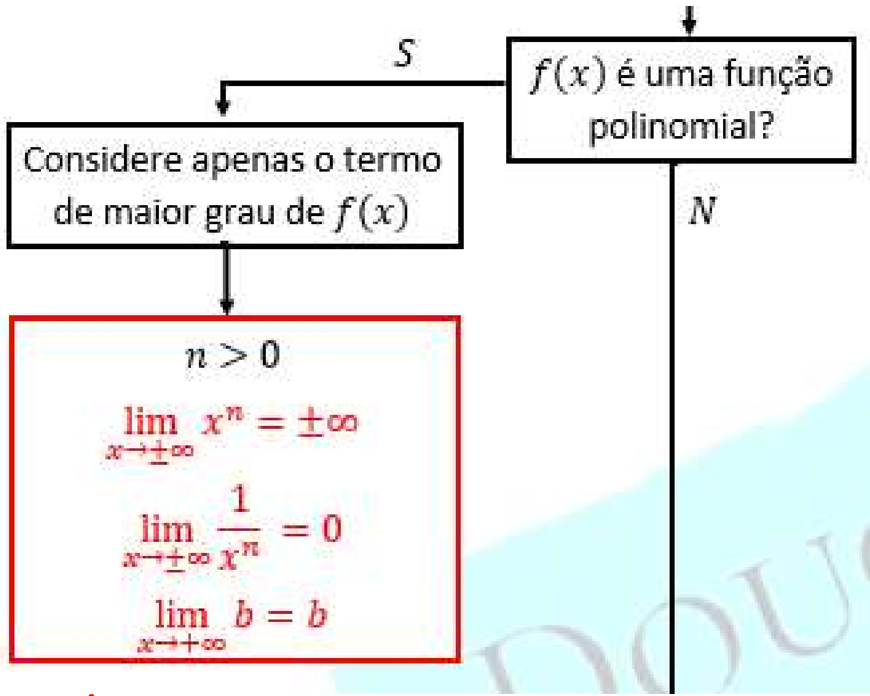
@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

$$n)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{3x^4-5x^3+2x}{2x^7-5x^2+3x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3\cancel{x^4}}{2\cancel{x^7}^{\,3}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{3}{2x^3}=0$$

$$o)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{-4x^5-x^2-x+1}{3x^3+5x-2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4\cancel{x^5}^{\,2}}{3\cancel{x^3}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-4x^2}{3}=-\infty$$

$$p)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{9x^4-3x+5}{3x^4+2x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{9\cancel{x^4}}{3\cancel{x^4}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{9}{3}=\frac{9}{3}=3$$



1) Resolva os seguintes limites:

$$q)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{\ln(x)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{2x}{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to+\infty} 2x\cdot\frac{x}{1} = \lim_{x\to+\infty} 2x^2 = +\infty$$

@professordouglasmaioli

1) Resolva os seguintes limites:

r) $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x}$ $\cancel{\nexists}$

$$|x| = \begin{cases} -x, se\ x \leq 0 \\ x, se\ x > 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-\cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x \to 0^-} -1 = -1$$

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \to 0^+} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x}} = \lim_{x \to 0^+} 1 = 1$$

@professordouglasmaioli

2) Verifique se a função $f(x)$ é contínua no ponto $x = 2$

Não é contínua

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, se\ x \leq 2 \\ x + 4\ , se\ x > 2 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$$

$f(2) = 2.2 - 1 = 3$

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \nexists$$

$2x - 1$ | $x + 4$; 2

$$\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} 2x - 1 = 2.2 - 1 = 3$$

$\neq$

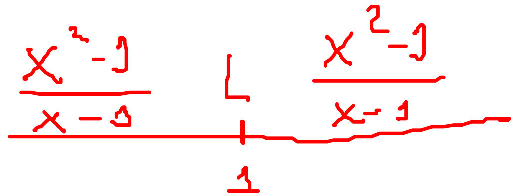
$$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} x + 4 = 2 + 4 = 6$$

@professordouglasmaioli

3) Qual é o valor de L, para que a função $f(x)$ seja contínua no ponto $x = 1$

$$\lim_{x \to 1} f(x) = f(1) = L$$

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ L, se\ x = 1 \end{cases}$$



$$\lim_{x \to 1} f(x) = \lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 1}{1x - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{2x}{1} = \frac{2 \cdot 1}{1} = 2$$

L'hospital

$$\boxed{L = 2}$$

PARTE 2:

DERIVADAS

@professordouglasmaioli

4) Calcule a derivada das seguintes funções:

$a)\ f(x) = 3$

$f'(x) = 0$

$b)\ g(x) = 2x$

$g'(x) = 2$

$c)\ h(x) = 1x$

$h'(x) = 1$

Tabela de Derivadas do Prof. Douglas Maioli

Seja $a \in \mathbb{R}$ uma constante.

Função:	**Derivada**
$y = a$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = ax$	$y' = a$
$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
$y = a^x$	$y' = \ln(a) . a^x$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \log_a(x)$	$y' = \frac{1}{x . \ln(a)}$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

4) Calcule a derivada das seguintes funções:

d) $f(t) = 3t^3$

$f'(t) = 9t^2$

e) $g(x) = 5^x$

$g'(x) = \ln(5) \cdot 5^x$

f) $f(w) = \ln(w)$

$f'(w) = \frac{1}{w}$

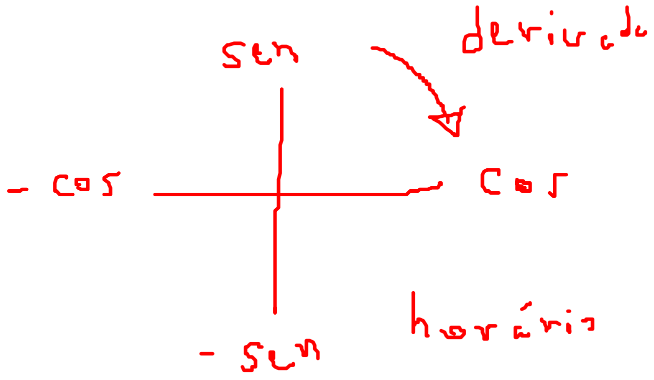
Tabela de Derivadas do Prof. Douglas Maioli

Seja $a \in \mathbb{R}$ uma constante.

Função:	***Derivada***
$y = a$	$y' = 0$
$y = x$	$y' = 1$
$y = ax$	$y' = a$
$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
$y = a^x$	$y' = \ln(a) \cdot a^x$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = \log_a(x)$	$y' = \frac{1}{x \cdot \ln(a)}$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$

@professordouglasmaioli

4) Calcule a derivada das seguintes funções:



g) $g(x) = 2e^x + 5.\ln(x) - 3x^2 + 5.2^x + \frac{sen(x)}{4}$

$g'(x) = 2e^x + 5.\frac{1}{x} - 6x + 5.\ln(2).2^x + \frac{\cos(x)}{4}$

$\frac{sen(x)}{4}$ $\frac{4}{sen(x)}$

quociente

4) Calcule a derivada das seguintes funções:

$$h)\ h(x) = \frac{2}{x^3} + \sqrt[3]{x^5} - \cos(x) + tg(x)$$

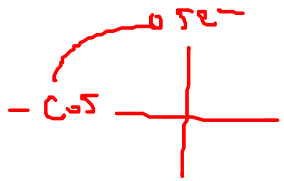
$$h(x) = 2x^{-3} + x^{\frac{5}{3}} - \cos(x) + tg(x)$$

$$h'(x) = -6x^{-4} + \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} + sen(x) + sec^2(x)$$

$$h'(x) = \frac{-6}{x^4} + \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2} + sen(x) + sec^2(x)$$

$-3 - 1 = -4$

$\frac{5}{3} - 1 = \frac{5}{3} - \frac{3}{3} = \frac{2}{3}$



4) Calcule a derivada das seguintes funções: $[f.g]' = f'.g + f.g'$

$i)\quad h(x) = x^2.5^x$

$h'(x) = 2x \cdot 5^x + x^2 \cdot \ln(5)\, 5^x \quad = x\, 5^x \left(2 + x \cdot \ln(5)\right)$

$j)\ f(x) = e^x.sen(x)$

$f'(x) = e^x\, sen(x) + e^x \cdot \cos(x)$

$f'(x) = e^x\left(sen(x) + \cos(x)\right)$

4) Calcule a derivada das seguintes funções:

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$$

$k)\ g(x) = \dfrac{5x^2+2}{sen(x)}$

$$g'(x) = \frac{10x\ sen(x) - (5x^2+2)\ cos(x)}{sen^2(x)}$$

$l)\ \ f(x) = \dfrac{x^3}{e^x}$

$$f'(x) = \frac{3x^2.e^x - x^3\ e^x}{(e^x)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 \cancel{e^x}(3-x)}{\cancel{e^x}\ e^x} \qquad f'(x) = \frac{x^2(3-x)}{e^x}$$

4) Calcule a derivada das seguintes funções: $[f(g(x))]' = f'(g(x)).g'(x)$

$m)\, h(x) = cos(4x^3 + 3)$ $\longrightarrow$ $h'(x) = -sen(4x^3+3).12x^2$

$g(x) = 4x^3 + 3$

$f(x) = cos(x)$

$f'(x) = -sen(x)$

$f'(g(x)) = f'(4x^3+3) = -sen(4x^3+3)$

$g'(x) = 12x^2$

$h'(x) = -sen(4x^3+3).12x^2$

4) Calcule a derivada das seguintes funções: $[f(g(x))]' = f'(g(x)).g'(x)$

$n)\ h(x) = (5x^2 - 1)^{20}$ $\longrightarrow$ $h'(x) = 20(5x^2-1)^{19} . 10x$

$h'(x) = 200x\,(5x^2-1)^{19}$

$g(x) = 5x^2 - 1$

$f(x) = x^{20}$

$f'(x) = 20x^{19}$

$f'(g(x)) = 20(5x^2-1)^{19}$

$g'(x) = 10x$

$h'(x) = 20(5x^2-1)^{19}\ 10x$

@professordouglasmaioli

4) Calcule a derivada das seguintes funções: $[f(g(x))]' = f'(g(x)).g'(x)$

$o)\ h(x) = e^{x^3}$

$h'(x) = e^{x^3} \cdot 3x^2$

$g(x) = x^3$

$f(x) = e^x$

$f'(x) = e^x$

$f'(g(x)) = e^{x^3}$

$g'(x) = 3x^2$

$h'(x) = e^{x^3} \cdot 3x^2$

@professordouglasmaioli

4) Calcule a derivada das seguintes funções: $[f.g]' = f'.g + f.g'$

$p)\ f(x) = 2^x sen(x^2)$ $[f(g(x))]' = f'(g(x)).g'(x)$

$f'(x) = \ln(2).2^x.sen(x^2) + 2^x.\cos(x^2).2x$

$[sen(x^2)]' = \cos(x^2).2x$

@professordouglasmaioli

4) Calcule a derivada das seguintes funções:

$$[f.g]' = f'.g + f.g'$$

$$[f(g(x)]' = f'(g(x)).g'(x)$$

$$\left[\frac{f}{g}\right]' = \frac{f'.g - f.g'}{g^2}$$

$$q)\ g(x) = \frac{x.e^x}{sen(5x)}$$

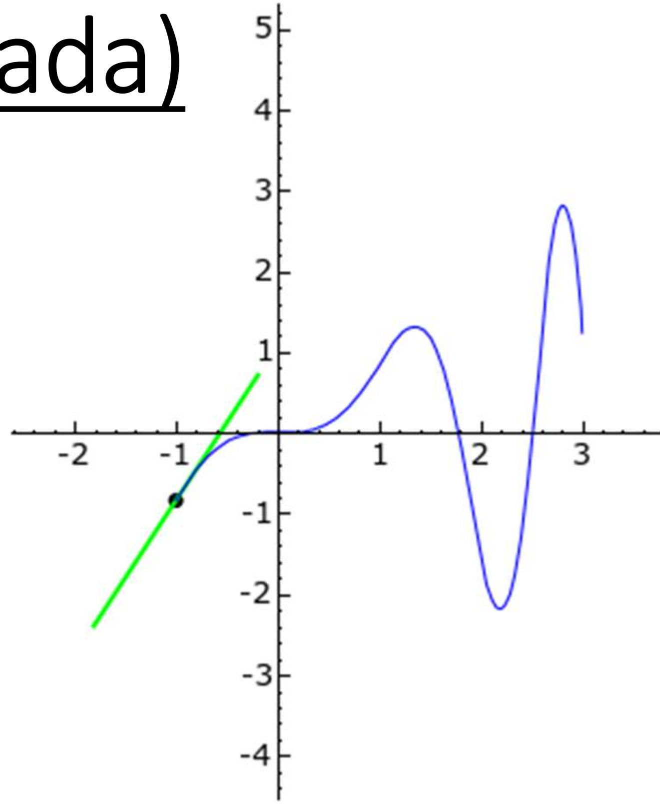
$$g'(x) = \frac{(1\ e^x + x\ e^x).sen(5x) - x\ e^x\ cos(5x).5}{sen^2(5x)}$$

Teorema 1 (Teste da primeira derivada)

Seja a um ponto crítico de uma função contínua $f(x)$, ou seja, $f´(a) = 0$, então

- Se $f'(x)$ muda de positivo para negativo em a, então a é um ponto máximo local.

- Se $f'(x)$ muda de negativo para positivo em a, então a é um ponto mínimo local.



5) Utilizando o teste da primeira derivada, calcule os pontos de máximos e mínimos locais da função $f(x) = x^3 - 3x^2$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$0 = 3x^2 - 6x$

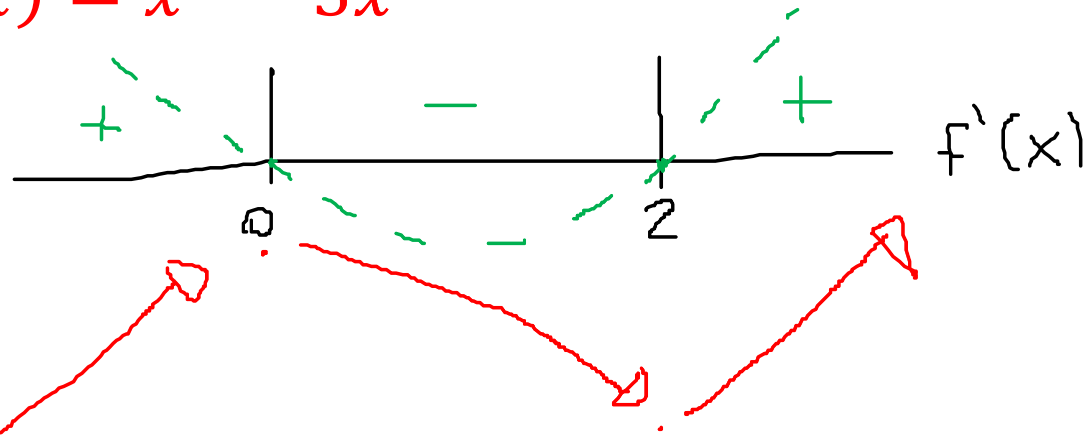
$0 = x(3x - 6)$

$x = 0$ ou $3x - 6 = 0$

$3x = 6$

$x = \frac{6}{3}$

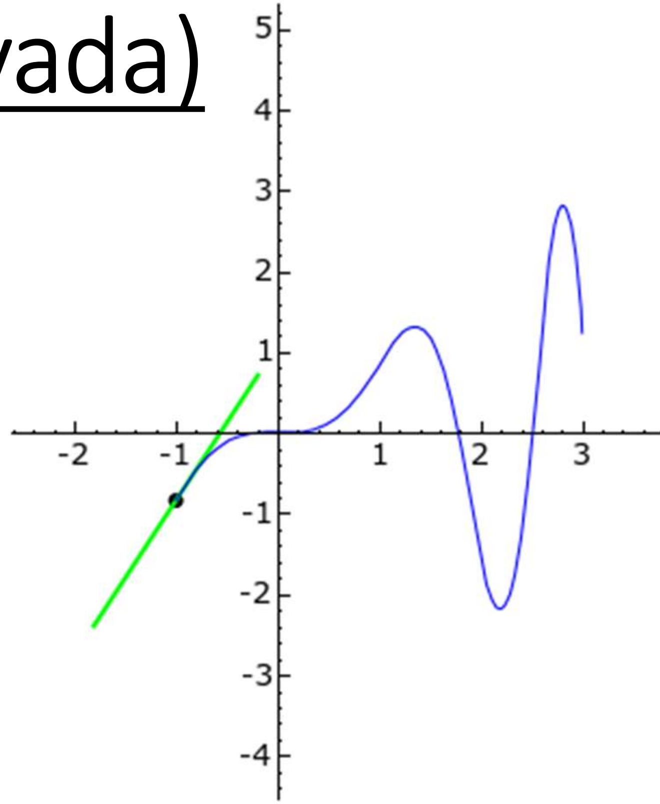
pontos críticos ← $x = 2$



$x = 0$ é máximo local

$x = 2$ é mínimo local

Teorema 2 (Teste da segunda derivada)



Seja a um ponto crítico de uma função contínua $f(x)$, ou seja, $f'(a) = 0$, então

- Se $f''(a) > 0$, então a é um ponto mínimo local.
- Se $f''(a) < 0$, então a é um ponto máximo local.
- Se $f''(a) = 0$, então o teste não nos dá nenhuma informação.

@professordouglasmaioli

6) Utilizando o teste da segunda derivada, calcule os pontos de máximos e mínimos locais da função $g(x) = x^3 - 12x$

$g'(x) = 3x^2 - 12$

$3x^2 - 12 = 0$

$3x^2 = 12$

$x^2 = \frac{12}{3}$

$x^2 = 4$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$x = -2$ e $x = 2 \rightarrow$ pontos crítico

$g''(x) = 6x$

$g''(-2) = 6 \cdot (-2) = -12 < 0$

$x = -2$ é máximo local

$g''(2) = 6 \cdot 2 = 12 > 0$

$x = 2$ é mínimo local

@professordouglasmaioli

PARTE 3:

INTEGRAIS

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

a) $\int 5\,dx = 5x + c$

$\int dx = x + c$

$\int 1\,dx = x + c$

1. $\int 0\,dx = c$

2. $\int 1 dx = x + c$

3. $\int a\,dx = ax + c$

b) $\int -4\,dt = -4t + c$

c) $\int dx = \int 1\,dx = x + c$

7) Calcule as seguintes integrais:

d) $\int x^3\, dx = \frac{x^4}{4} + c$

e) $\int 2^x\, dx = \frac{2^x}{\ln(2)} + c$

f) $\int \frac{dx}{x} = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$

4. $\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1} + c, \quad a \neq -1$

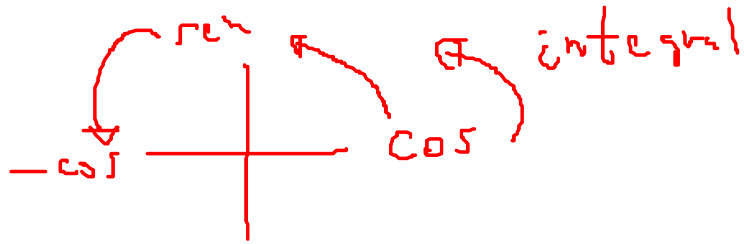
5. $\int \frac{dx}{x} = ln|x| + c$

6. $\int a^x\, du = \frac{a^x}{\ln(a)} + c$

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

g) $\int (2\cos(x) + 5e^{x} - 3 + sen(2x))\, dx$



$$2\,sen(x) + 5e^{x} - 3x - \frac{\cos(2x)}{2} + C$$

$$\boxed{\begin{aligned} \int sen(ax)\,dx &= -\frac{\cos(ax)}{a} + c \\ \int e^{ax}\,dx &= \frac{e^{ax}}{a} + c \end{aligned}}$$

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

h) $\int \frac{x^4+x^4\sqrt{x}-x+3x^6}{x^4}dx = \int\left(\frac{\cancel{x^4}}{\cancel{x^4}} + \frac{\cancel{x^4}\sqrt{x}}{\cancel{x^4}} - \frac{\cancel{x}}{x^{\cancel{4}\,3}} + \frac{3x^{\cancel{6}\,2}}{\cancel{x^4}}\right)dx =$

$= \int\left(1+\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^2\right)dx = \int\left(1+x^{\frac{1}{2}} - x^{-3} + 3x^2\right)dx =$

$= x + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{-2}}{-2} + \frac{\cancel{3}x^3}{\cancel{3}} + c = x + \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + \frac{1}{2x^2} + x^3 + c$

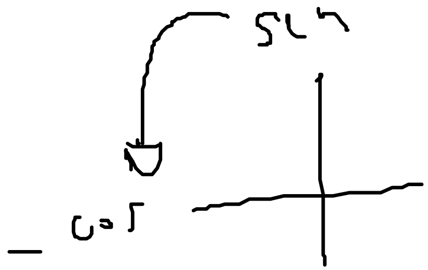
$\frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$ $\quad -3+1=-2$

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

i) $\int sen(2x^3).6x^2dx = \int sen(u)\,du = -\cos(u) + c = -\cos(2x^3) + c$

$u = 2x^3 \qquad \frac{du}{dx} = 6x^2 \rightarrow du = 6x^2dx$



7) Calcule as seguintes integrais:

j) $\int e^{x^3} . x^2 dx = \int e^u \frac{du}{3} = \frac{e^u}{3} + c = \frac{e^{x^3}}{3} + c$

$u = x^3$ $\quad \frac{du}{dx} = 3x^2 \rightarrow du = 3x^2 dx \rightarrow \frac{du}{3} = x^2 dx$

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

k) $\int x.\cos(x)\,dx = x.\,sen(x) - \int sen(x)\,dx = x\,sen(x) - (-\cos(x)) + c$

$u = x \qquad \frac{du}{dx} = 1 \rightarrow du = 1.dx \rightarrow du = dx$

$dv = \cos(x)dx \qquad \int dv = \int \cos(x)\,dx \rightarrow V = sen(x)$

$\int x\cos(x)\,dx = x\,sen(x) + \cos(x) + c$

$\int u.dv = u.v - \int v.du$

$x^1 \quad \cos(x)$

L I A T E

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

I) $\int x^2 . \ln(x)\, dx = \ln(x) \cdot \frac{x^3}{3} - \int \frac{x^{\cancel{3}\,2}}{3} \frac{1}{\cancel{x}} dx = \frac{\ln(x) \cdot x^3}{3} - \int \frac{x^2}{3} dx =$

$u = \ln(x) \qquad \frac{du}{dx} = \frac{1}{x} \to du = \frac{1}{x} dx$

$dv = x^2 dx \qquad \int dv = \int x^2 dx \to V = \frac{x^3}{3}$

$= \frac{\ln(x) \cdot x^3}{3} - \frac{x^3}{3\,3} + c = \frac{\ln(x) \cdot x^3}{3} - \frac{x^3}{9} + c$

$$\int u . dv = u . v - \int v . du$$

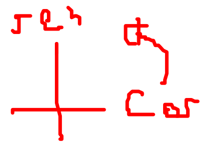
$\overset{\ln(x)}{\dot{L}}$ I A T E

@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

m) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} cos(2x)dx = \left.\frac{sen(2x)}{2}\right|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{sen(\cancel{2}\cdot\frac{\pi}{\cancel{2}})}{2} - \frac{sen(2.0)}{2} =$

$= \frac{sen(\pi)}{2} - \frac{sen(0)}{2} = \frac{0}{2} - \frac{0}{2} = 0 - 0 = 0$



@professordouglasmaioli

7) Calcule as seguintes integrais:

n) $\int_1^2 \left(\frac{5}{x} + e^{2x}\right) dx = \int_1^2 \left(5 \frac{1}{x} + e^{2x}\right) dx = 5 \ln(x) + \frac{e^{2x}}{2} \Big|_1^2 =$

$= \left(5 \cdot \ln(2) + \frac{e^{2 \cdot 2}}{2}\right) - \left(5 \cdot \ln(1) + \frac{e^{2 \cdot 1}}{2}\right) = \left(5 \ln(2) + \frac{e^4}{2}\right) - \left(5 \; 0 + \frac{e^2}{2}\right) =$

$= 5 \ln(2) + \frac{e^4}{2} - \frac{e^2}{2}$

@professordouglasmaioli

8) Uma partícula se move com uma velocidade, dada por $V(t) = t^2 + 1t + 2$ em metros/segundos. Sabendo que a posição inicial $S(0) = 3$ metros, calcule:

a) A sua velocidade no tempo $t = 1\ s$

$V(1) = 1^2 + 1 + 2 = 4\ m/s$

b) A sua aceleração no tempo $t = 1\ s$

$a(t) = V'(t) = 2t + 1$ $\qquad$ $a(t) = 2t + 1$

$a(1) = 2.1 + 1 = 3\ m/s^2$

c) A sua posição no tempo $t = 1\ s$

$$S(t) = \int V(t)\,dt = \int t^2 + t^1 + 2\,dt = \boxed{\frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 2t + C = S(t)}$$

$$S(0) = 3 \rightarrow S(0) = \frac{0^3}{3} + \frac{0^2}{2} + 2\,0 + C \rightarrow 3 = C$$

$$S(t) = \frac{t^3}{3} + \frac{t^2}{2} + 2t + 3 \qquad S(1) = \frac{1^3}{3} + \frac{1^2}{2} + 2\,1 + 3 = \frac{35}{6}\ m$$

$$\begin{array}{ccc} & S & \\ \text{integral}\ \uparrow & V & \downarrow\ \text{derivar} \\ & a & \end{array}$$

9) Calcule a área entre os gráficos das funções $f(x) = x^2 + 2x$ e $g(x) = 2x + 1$

$f(x) = g(x)$

$x^2 + 2x = 2x + 1$

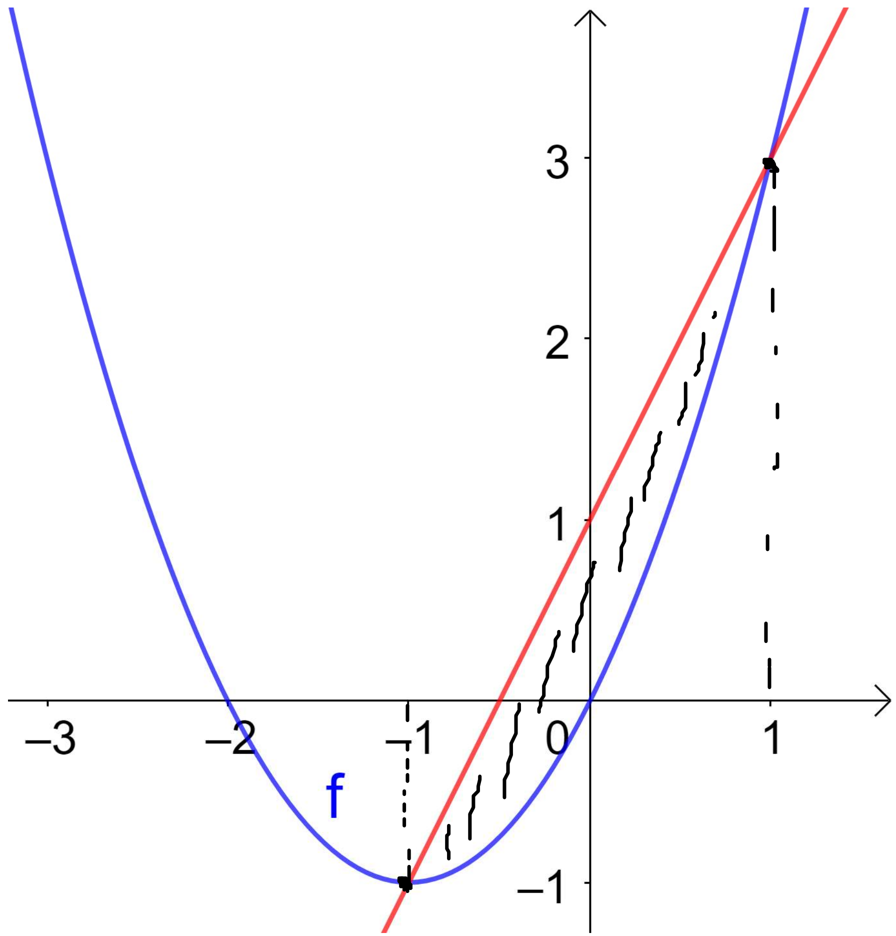
$x^2 = 2x + 1 - 2x$

$x^2 = 1$

$x^2 = \pm\sqrt{1}$

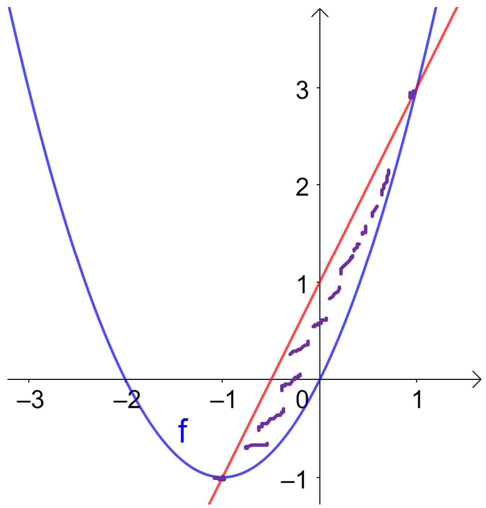
$x^2 = \pm 1$

$x = -1$ e $x = 1$



@professordouglasmaioli

9) Calcule a área entre os gráficos das funções $f(x) = x^2 + 2x$ e $g(x) = 2x + 1$



$$\int_{-1}^{1} (2x+1) - (x^2+2x)\,dx = \int_{-1}^{1} \cancel{2x} + 1 - x^2 - \cancel{2x}\,dx =$$

$$= \int_{-1}^{1} 1 - x^2\,dx = x - \frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{1} =$$

$$= \left(1 - \frac{1^3}{3}\right) - \left(-1 - \frac{(-1)^3}{3}\right) = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{-1}{1} + \frac{1}{3}\right) =$$

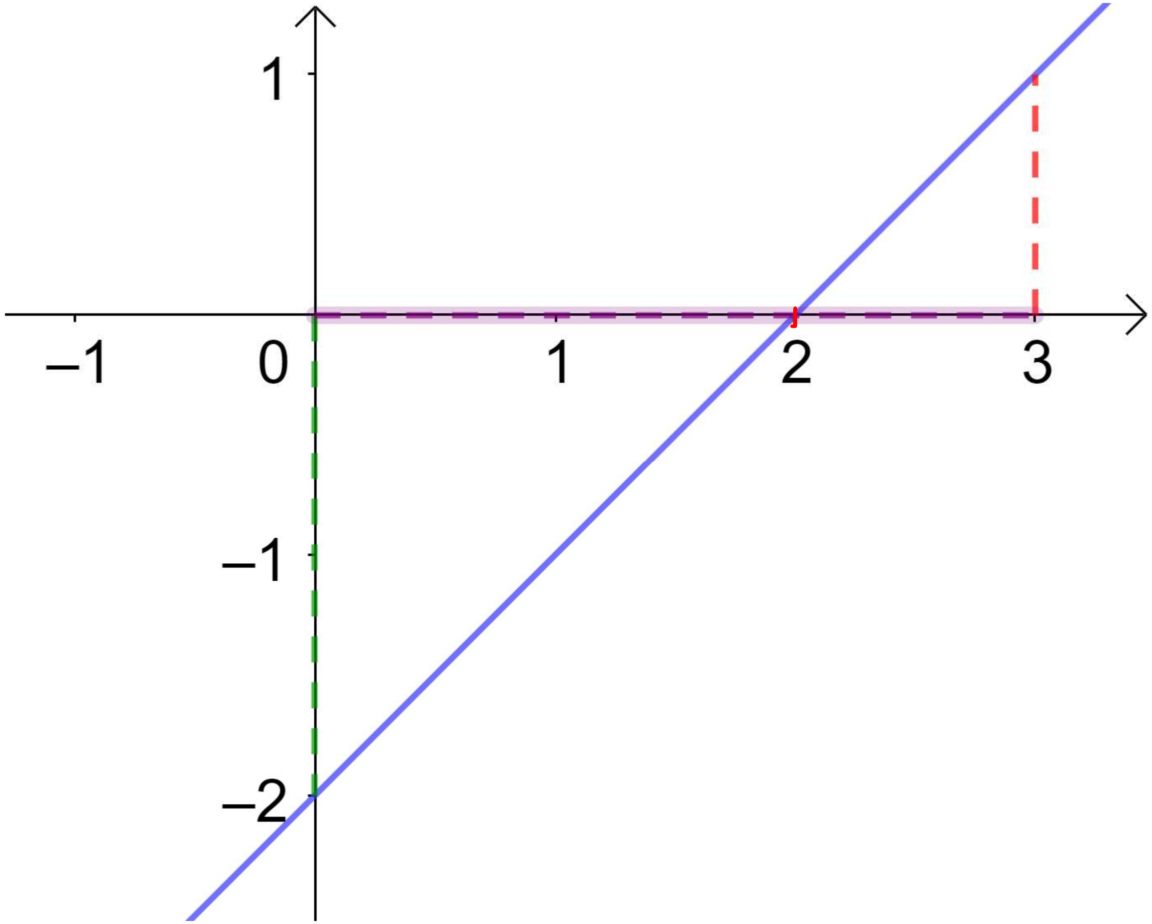
$$= \frac{3-1}{3} - \frac{-3+1}{3} = \frac{2}{3} - \frac{-2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{4}{3}\ \text{um}^2$$

@professordouglasmaioli

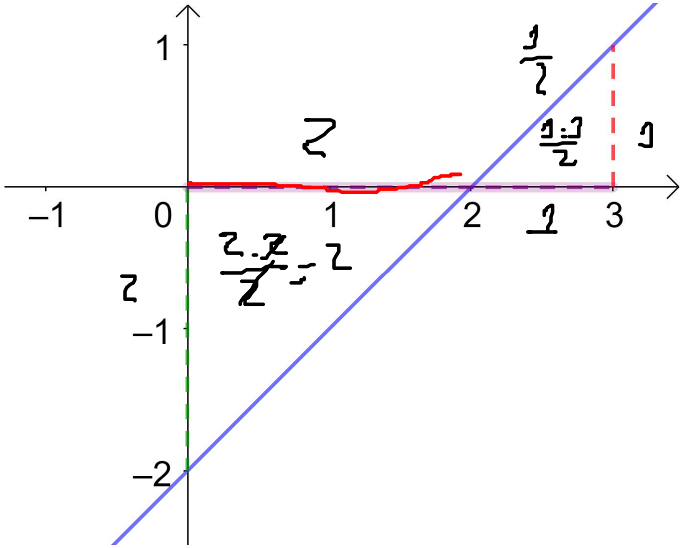
10) Calcule a área entre o gráfico da função $f(x) = x - 2$ e as retas $y = 0$, $x = 0$ e $x = 3$.

$0 = x - 2$

$\boxed{2 = x}$



10) Calcule a área entre o gráfico da função $f(x) = x - 2$ e as retas $y = 0$, $x = 0$ e $x = 3$.



$$\int_0^2 (0) - (x-2)\,dx + \int_2^3 (x-2) - (0)\,dx =$$

$$= \int_0^2 -x + 2\,dx + \int_2^3 x - 2\,dx = \frac{2}{1} + \frac{1}{2} =$$

$$= \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2}\,u^2$$

$$\int_0^2 (-x+2)\,dx = -\frac{x^2}{2} + 2x \Big|_0^2 = \left(-\frac{2^2}{2} + 2.2\right) - \left(-\frac{0^2}{2} + 2.0\right) =$$

$$= -\frac{4}{2} + 4 = -2 + 4 = 2$$

$$\int_2^3 (x-2)\,dx = \frac{x^2}{2} - 2x \Big|_2^3 = \left(\frac{3^2}{2} - 2.3\right) - \left(\frac{2^2}{2} - 2\,2\right) =$$

$$= \left(\frac{9}{2} - \frac{6}{1}\right) - \left(\frac{4}{2} - 4\right) = \frac{9-12}{2} - (2-4) =$$

$$= \frac{-3}{2} - (-2) = \frac{-3}{2} + \frac{2}{1} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$$

@professordouglasmaioli